

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Министерство образования и науки Республики Татарстан  
Исполнительный комитет Камско-Устьинского муниципального района  
МБОУ "Камскоустьинская СОШ"

Рассмотрено  
на ШМО учителей математического цикла  
Протокол № 1 от 28.08.2023 г.

Согласовано  
Заместитель директора по УВР  
 Равилов Ф.Р.

Утверждаю  
Директор школы  
\_\_\_\_\_ Закирова Е.В.  
Приказ № 92 от 29.08.2023 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 57B3C600BEAF73B742727BCEC41B06DD  
Владелец: Закирова Елена Владимировна  
Действителен: с 07.03.2023 до 07.06.2024

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**учебного курса «Сложные вопросы математики. Модули и параметры»**  
для обучающихся 10 классов

Составила: Матвеева Е.Г., учитель математики  
I квалификационной категории

пгт. Камское Устье, 2023 г.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Практика работы в школе показывает, что к сложным вопросам по математике относятся задачи с параметрами и модулем. Они представляют для школьников наибольшую трудность, как в логическом, так и в техническом плане, поэтому уравнения и неравенства, содержащие параметры и модули – это один из труднейших разделов школьного курса математики. В этом случае, кроме использования алгоритмов решения уравнений или неравенств, приходится думать об удачной классификации, следить за тем, чтобы не пропустить множество тонкостей, скрытых в задаче. Уравнения и неравенства с параметрами и модулями – это тема, где проверяется не «натасканность» ученика, а подлинное понимание им материала. И, естественно, что цена задачи резко возрастает, если в нее включен параметр или модуль, или их конфигурация, и возрастает вдвойне, если задание решено не традиционным, шаблонным, а нестандартным, оригинальным способом.

*Данный курс знакомит* учащихся с функционально-графическими методами решения алгебраических задач с параметрами и модулем. К сожалению, в школьной программе этим заданиям мало уделяется времени и практикам призван восполнить данный пробел. Одновременно, элективный курс призван, не только дополнять и углублять, знания учащихся, но и развивать их интерес к предмету, любознательность, логическое мышление.

Решение уравнений, неравенств и систем с параметрами и модулем открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале.

*Курс позволяет* значительно сократить разрыв между требованиями, которые предъявляет своему абитуриенту ВУЗ и требованиями, которые предъявляет к своему выпускнику школа.

Поэтому, *особая установка курса* - подготовка учащихся к конкурсным экзаменам в ВУЗы соответствующего профиля, и поэтому, преподавание должно обеспечить систематизацию знаний и умений, учащихся на уровне, предусмотренном программой вступительных экзаменов, так как учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются и с другими задачами.

Этот курс требует от учащихся большой самостоятельной работы, способствует подготовке учащихся к продолжению образования, повышению уровня математической культуры.

Курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления, концентрации внимания и математической культуры учащихся, расширяет по сравнению с общеобразовательной программой сферу математических знаний, побуждает их к исследовательской деятельности, существенно повышает графическую культуру школьников. Воспитательный эффект курса заключается в формировании таких важных качеств личности, как трудолюбие, целеустремленность, аккуратность.

### Цели и задачи курса:

- изучение методов решения задач избранного класса и формирование умений, направленных на реализацию этих методов;
- сформировать у учащихся представление о задачах с параметрами и модулем, как задачах исследовательского характера, показать их многообразие;
- научить применять аналитический метод и решение задач с параметрами и модулем;
- научить приемам выполнения изображения на плоскости и их использованию в решении задач с параметрами и модулем;
- научить осуществлять выбор рационального метода решения задач и обосновывать сделанный выбор;
- пробуждение и развитие устойчивого интереса к математике, повышение математической культуры учащихся;

- привитие навыков употребления функционально-графического метода при решении задач;
- способствовать подготовке учащихся к сдаче ЕГЭ по математике.

### **Место курса в учебном плане**

Курс «Сложные вопросы математики» рассчитан для 10 класса на 34 часа в год (по 1 часу в неделю). Данный курс заканчивается промежуточной аттестацией в форме диагностической работы по каждой теме.

### **Планируемые результаты освоения учащимися программы**

Данный курс позволяет добиваться следующих результатов освоения образовательной программы.

#### **Личностные результаты:**

формирование устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие математических способностей, ориентацию на профессии, существенным образом связанные с математикой, выбору профиля дальнейшего обучения

#### **Метапредметные результаты:**

применять математические знания в других предметах физике, химии, биологии, обществознании.

#### **Предметные результаты**

##### ***В результате изучения курса ученик должен знать/понимать***

- определение модуля числа, свойства модуля, геометрический смысл модуля;
- алгоритм решения линейных, квадратных, дробно-рациональных уравнений вида:  $f|x|= a$ ;  $|f(x)|= a$ ;  $|f(x)|= g(x)$ ;  $|f(x)|= |g(x)|$ ;
- алгоритм решения уравнений, содержащих несколько модулей, уравнений с «двойным» модулем;
- алгоритм решения систем уравнений, содержащих модуль;
- алгоритм решения линейных, квадратных, дробно-рациональных неравенств вида:  $f|x| > a$ ;  $|f(x)| \leq a$ ;  $|f(x)| \leq g(x)$ ;  $|f(x)| \leq |g(x)|$ ;  $|f(x)| > g(x)$ ;
- алгоритм решения неравенств, содержащих модуль в модуле;
- алгоритм решения систем неравенств, содержащих модуль;
- приемы построения графиков линейных, квадратичных, дробно- рациональных функций содержащих модуль;
- понятие параметра;
- поиски решений уравнений, неравенств с параметрами и их систем;
- алгоритм аналитического решения простейших уравнений и неравенств с параметрами;
- свойства квадратичной функции, «каркас» квадратичной функции;
- соотношения между корнями квадратного уравнения;

##### **Учащийся должен уметь**

- точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственные рассуждения в ходе решения заданий;
- выполнять тождественные преобразования выражений, содержащих знак модуля;

- решать линейные, квадратные, дробно-рациональные уравнения вида:  $f|x|= a$ ;  $|f(x)|= a$ ;  $|f(x)|= g(x)$ ;  $|f(x)|= |g(x)|$ ;
- решать уравнения, содержащие несколько модулей; уравнения с «двойным» модулем;
- решать системы уравнений, содержащих модуль;
- решать линейные, квадратные, дробно-рациональные неравенства вида:  $f|x| > a$ ;  $|f(x)| \leq a$ ;  $|f(x)| \leq g(x)$ ;  $|f(x)| \leq |g(x)|$ ;  $|f(x)| > g(x)$ ;
- решать неравенства, содержащих модуль в модуле;
- решать системы неравенств, содержащих модуль;
- строить графики линейных, квадратичных, дробно-рациональных функций содержащих модуль;
- объяснять понятие параметра;
- искать решения уравнений, неравенств с параметрами и их систем;
- аналитически решать простейшие уравнений и неравенства с параметрами;
- описывать свойства квадратичной функции;
- строить «каркас» квадратичной функции;
- находить соотношения между корнями квадратного уравнения;

**Учащийся должен использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- выполнения тождественных преобразований выражений, содержащих знак модуля;
- решения линейных, квадратных, дробно-рациональных уравнений вида:  $f|x|= a$ ;  $|f(x)|= a$ ;  $|f(x)|= g(x)$ ;  $|f(x)|= |g(x)|$ ;
- решения уравнений, содержащих несколько модулей; уравнений с «двойным» модулем;
- решения системы уравнений, содержащих модуль;
- решения линейных, квадратных, дробно-рациональных неравенств вида:  $f|x| > a$ ;  $|f(x)| \leq a$ ;  $|f(x)| \leq g(x)$ ;  $|f(x)| \leq |g(x)|$ ;  $|f(x)| > g(x)$ ;
- решения неравенств, содержащих модуль в модуле;
- решения систем неравенств, содержащих модуль;
- построения графиков линейных, квадратичных, дробно-рациональных функций содержащих модуль;
- поиска решения уравнений, неравенств с параметрами и их систем;
- аналитического решения простейших уравнений и неравенств с параметрами;
- описания свойств квадратичной функции;
- построения «каркаса» квадратичной функции;
- нахождения соотношения между корнями квадратного уравнения.

**Требования к знаниям и умениям:**

**в результате изучения курса учащиеся должны уметь**

- решать линейные и квадратные уравнения с параметром;
- строить графики элементарных функций, и их комбинации, усложненные модулями;

- решать иррациональные, логарифмические, тригонометрические, показательные уравнения с параметром как аналитически, так и графически;
- применять аппарат алгебры и математического анализа для решения прикладных задач;
- иметь четкое представление о возможностях функционально-графического подхода к решению различных задач.

### Ожидаемые результаты:

в результате изучения курса учащиеся должны:

- уметь решать линейные, квадратные уравнения и неравенства, система двух линейных уравнений с двумя переменными, несложные иррациональные уравнения с одним параметром при всех значениях параметра;
- использовать в решении задач с параметром свойства квадратичной и линейной функции;
- устанавливать свойства функции  $y = x^p$ ,  $y = \sqrt[n]{x}$  и изображать их графики при различных значениях  $p$  и  $n$ ;
- изображать графики функции  $y = f(x-a) + b$ ,  $y = af(bx)$  по известному графику функции  $y = f(x)$ ;
- изображать графики функции  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$ ,  $y = |f(|x|)|$

и уравнений

$$|y| = f(x), |y| = |f(x)|, |y| = f(|x|),$$

по известному графику функции  $y = f(x)$ ;

$$|y| = |f(|x|)|$$

- использовать графики функции и уравнений при изображении множеств точек плоскости, заданных неравенствами, системами неравенств;
- овладеть методами решения задач с параметрами и модулем с использованием графических интерпретаций;
- осуществлять выбор метода решения задачи и обосновывать его;
- владеть техникой использования каждого метода.

## СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

### 10 класс (34 часа)

**1. Понятие модуля. Решение уравнений по определению модуля (2 часа).** Что такое модуль числа? Модули и расстояния. Освобождение от модулей в уравнениях. Методы решения уравнений содержащих несколько модулей. Параллельное раскрытие модулей. Метод интервалов в задачах с модулями. Модули и квадраты.

**2. Построение графиков, содержащих знак модуля (2 часа).** Графики элементарных функций, содержащие знак модуля, как у аргумента, так и у функции; двойные модули; графики уравнений и соответствий, содержащие знак модуля. Знакомство и работа с компьютерными программами для построения графиков.

**3. Решение уравнений с переходом к системе или совокупности уравнений (3 часа).** Рациональные уравнения, однородные уравнения, симметрические уравнения, возвратные уравнения. Иррациональные уравнения: простейшие, уравнения с несколькими радикалами, полные квадраты под знаком радикала, замена переменной, посторонние корни, применение свойств функций. Показательные и логарифмические уравнения, тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным.

**4. Рациональные неравенства с модулем. Обобщенный метод интервалов (2 часа).** Решение неравенств методом интервалов. Неравенства с одним модулем. Освобождение от модуля в неравенствах. Способы решения рациональных неравенств: разложение на множители, выделение полного квадрата, приведение к общему знаменателю и алгебраическое сложение дробей и т.д.

**5. Простейшие задачи с параметрами (1 час).** Понятие параметра. Две основных формы постановки задачи с параметром. Графическая интерпретация задачи с параметром. Методы решения простейших задач с параметрами.

**6. Задачи с параметром, сводящиеся к использованию квадратного трехчлена (2 часа).** Условия существования корней квадратного трехчлена. Знаки корней. Расположение корней квадратного трехчлена относительно точки, отрезка. Графическая интерпретация.

**7. Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами (2 часа).** Решение задач с помощью построения графиков левой и правой части уравнения или неравенства и «считывания» нужной информации с рисунка. Область определения. Множество значений. Четность. Монотонность. Периодичность. Симметрия графика относительно начала координат или оси ординат в зависимости от четности функции.

**8. Приемы составления задач с параметрами, используя графики различных соответствий и уравнений. (1 час).** Демонстрация приёма составления задач с параметром методом «от картинки к задаче».

**9. Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств (2 часа).** Применение метода оценки левой и правой частей, входящих в уравнение или неравенство. «Полезные неравенства»: сумма двух взаимно обратных чисел, неравенство для суммы синуса и косинуса одного аргумента, неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим положительных чисел.

**10. Метод приведения к уравнению относительно неизвестной  $x$  с параметром  $a$  (2 часа).** Основные приемы решения уравнений: тождественные преобразования, замена переменной. Равносильность уравнений. Исключение «посторонних» корней. Приемы решения рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

**11. Графический способ решения уравнений и неравенств (2 часа).** Работа по построению графиков с помощью компьютерных программ Advanced Grapher, школьный графопостроитель – 1С, Математика + от AV.

Основная цель – систематизировать знания учащихся о функциях  $y = x^p$  ( $p \in R, p \neq 0$ ),  $y = \sqrt[n]{x}$  ( $n \in N, n \geq 2$ ); научить выполнять построение графиков с использованием параллельного переноса, растяжения и сжатия, симметрии.

**12. Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений (2 часа).** Основные приемы решения систем уравнений и неравенств: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Системы неравенств с одной и двумя переменными. Сравнение графического и алгебраического способов решения уравнений и неравенств. Уравнения, неравенства и системы с параметрами, их решение и исследование.

**13. Использование производной при решении задач с параметрами. Задачи на максимум и минимум (2 часа).** Производная сложной функции. Производная и касательная. Вторая производная. Исследование функций с помощью производной. Применение производной при решении задач с параметрами. Задачи на максимум и минимум.

**14. Комбинированные задачи с модулем и параметрами. Обобщенный метод областей (4 часа).** Перенос метода интервалов с прямой на плоскость. Обобщенный метод областей. Нахождение площади фигур, ограниченных неравенством. Применение метода областей к решению уравнений и неравенств с параметрами и модулем, и их комбинации.

**15. Нетрадиционные задачи. Задачи из ЕГЭ (5 часов).** Использование экстремальных свойств рассматриваемых функций. Нестандартные по формулировке задачи, связанные с уравнениями или неравенствами. Задачи с параметром. От общего к частному и обратно. Задачи с:

логическим содержанием. Практикум по решению задач, входящих в контрольно-измерительные материалы ЕГЭ прошлых лет. Разбор методов и способов решения заданий.

### Тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Количество часов
1.	Понятие модуля. Решение уравнений по определению модуля.	2
2.	Построение графиков, содержащих знак модуля	2
3.	Решение уравнений с переходом к системе или совокупности уравнений.	3
4.	Рациональные неравенства с модулем. Обобщенный метод интервалов.	2
5. 5	Простейшие задачи с параметрами.	3
6.	Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами.	2
7.	Приемы составления задач с параметрами, используя графики различных соответствий и уравнений.	1
8.	Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств. <b>Диагностическая работа № 1.</b>	2
9.	Метод приведения к уравнению относительно неизвестной $x$ с параметром $a$ .	3
10.	Графический способ решения уравнений и неравенств.	2
11.	Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений.	2

12.	Использование производной при решении задач с параметрами. Задачи на максимум и минимум.	2
13.	Комбинированные задачи с модулем и параметрами. Обобщенный метод областей.	4
14.	Нетрадиционные задачи. Задачи из ЕГЭ.	5
15.	<b>Диагностическая работа № 2</b>	1

#### Методическая литература:

1. Способы решения нестандартных уравнений и неравенств: Элективный курс по математике для учащихся 10-11 классов с программнодидактическим обеспечением / Сост. Е.Г. Володькин, Т.С. Кармакова, И.Д. Шеягина – Хабаровск: Изд-во ХК ИПП ПК, 2022 .- 60с.
2. Шарыгин И.В. “Факультативный курс по математике. Решение задач. 10 кл.”.Москва. “Просвещение” 1990 год.
3. Шарыгин И.В. “Факультативный курс по математике. Решение задач. 11 кл.”. Москва.“Просвещение” 1991 год.
4. Горнштейн П.И. и др. “Задачи с параметрами”. Москва-Харьков. “Илекса”; “Гимназия”. 2003 г.
5. Математика. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. Высоцкий В.С.М.: Экзамен, 2011 - 316 с.
6. Математика. 1000 задач с ответами и решениями по математике. Все задания группы С. Сергеев И.Н., Панферов В.С. М.: Экзамен, 2019 - 304 с.
7. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Иванов С.О. и др. Под ред. Лысенко Ф.Ф., Ростов н/Д:Легион-М, 2012 - 48 с.
8. Математика. Решение заданий типа С1. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Тригонометрические уравнения: методы решений и отбор корней.
9. Кармакова Т.С., Володькин Е.Г. Способы решения нестандартных уравнений и систем уравнений: Дидактические материалы для учителей математики. Хабаровск. Издательство ХК ИПП ПК. 2005 г.